

Cuprins

TESTE DE EVALUARE INIȚIALĂ	5
----------------------------------	---

ALGEBRĂ

CAPITOLUL I. MULȚIMI. MULȚIMEA NUMERELOR NATURALE

Lecția 1. Mulțimi. Descriere, notații, reprezentări; mulțimi numerice, mulțimi nenumerice; relația dintre un element și o mulțime	8
Lecția 2. Relații între mulțimi	13
Lecția 3. Mulțimi finite, cardinalul unei mulțimi finite, mulțimi infinite, mulțimea numerelor naturale	16
Lecția 4. Operații cu mulțimi	21
Teste de evaluare sumativă	25
Fișă pentru portofoliul elevului	27
Lecția 5. Descompunerea numerelor naturale în produs de puteri de numere prime	28
Lecția 6. Cel mai mare divizor comun a două sau mai multor numere naturale	31
Lecția 7. Numere naturale prime între ele	34
Lecția 8. Cel mai mic multiplu comun a două sau mai multor numere naturale	37
Lecția 9. Proprietăți ale relației de divizibilitate în $\mathbb{N}$	41
Teste de evaluare sumativă	44
Fișă pentru portofoliul elevului	46
Model de test pentru Evaluarea Națională	48

CAPITOLUL II. RAPOARTE. PROPORȚII

Lecția 10. Rapoarte	50
Lecția 11. Proporții. Proprietatea fundamentală a proporțiilor	54
Lecția 12. Determinarea unui termen necunoscut dintr-o proporție	58
Lecția 13. Proporții derivate cu aceiași termeni. Proporții derivate cu alți termeni	62
Lecția 14. Șir de rapoarte egale	67
Lecția 15. Procente	70
Teste de evaluare sumativă	74
Fișă pentru portofoliul elevului	76
Lecția 16. Mărimi direct proporționale	78
Lecția 17. Mărimi invers proporționale	81
Lecția 18. Regula de trei simplă	85
Lecția 19. Elemente de organizare a datelor	89
Lecția 20. Probabilități	94
Teste de evaluare sumativă	98
Fișă pentru portofoliul elevului	101
Model de test pentru Evaluarea Națională	103

GEOMETRIE

CAPITOLUL I. NOȚIUNI GEOMETRICE FUNDAMENTALE

Lecția 1. Unghiuri adiacente	105
Lecția 2. Bisectoarea unui unghi. Construcția bisectoarei unui unghi	109
Lecția 3. Unghiuri complementare, unghiuri suplementare	113
Lecția 4. Unghiuri opuse la vârf	115

Lecția 5. Unghiuri în jurul unui punct.....	119
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	122
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	125
Lecția 6. Unghiuri formate de două drepte cu o secantă	127
Lecția 7. Drepte paralele	130
Lecția 8. Unghiuri formate de două drepte paralele cu o secantă.....	134
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	138
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	141
Lecția 9. Drepte perpendiculare în plan. Oblice.....	143
Lecția 10. Distanța de la un punct la o dreaptă	146
Lecția 11. Mediatoarea unui segment. Construcția mediatoarei unui segment	150
Lecția 12. Simetria față de o dreaptă.....	154
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	157
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	160
Lecția 13. Cercul.....	161
Lecția 14. Pozițiile relative ale unei drepte față de un cerc.....	165
Lecția 15. Pozițiile relative a două cercuri	169
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	173
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	175
<i>Model de test pentru Evaluarea Națională</i>	177
MODELE DE TESTE PENTRU EVALUAREA CUNOȘTINȚELOR	179
INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI	182

Teste de evaluare inițială

Testul 1

Se acordă 1 punct din oficiu.

Partea I – Încercuiți litera corespunzătoare singurului răspuns corect:

- (0,5p) 1. Produsul numerelor naturale 75 și 24 este egal cu:
A. 1980; B. 1800; C. 1880; D. 1900.
- (0,5p) 2. Cel mai mic număr natural de patru cifre diferite divizibil cu 5 este:
A. 1025; B. 1235; C. 1230; D. 1205.
- (0,5p) 3. Media aritmetică a numerelor naturale 71 și 92 este egală cu:
A. 83,2; B. 86; C. 87; D. 81,5.
- (0,5p) 4. Scriind sub formă de fracție ordinară ireductibilă 56%, obținem:
A. $\frac{25}{16}$; B. $\frac{16}{75}$; C. $\frac{14}{25}$; D. $\frac{28}{50}$.
- (0,5p) 5. Dacă numărul natural $\overline{546x}$ are cifrele diferite și este divizibil cu 2, atunci cifra x poate fi:
A. 2 sau 8; B. 2, 4 sau 6; C. 0, 2 sau 8; D. 4 sau 6.
- (0,5p) 6. Frația $\frac{9}{3^n}$ este echiunitară pentru n egal cu:
A. 1; B. 2; C. 3; D. 4.
- (0,5p) 7. Calculând $\frac{5}{8}$ din 72 kg, obținem:
A. 50 kg; B. 24 kg; C. 36 kg; D. 45 kg.
- (0,5p) 8. Capacitatea în litri a unui rezervor în formă de cub cu muchia de 1 m este egală cu:
A. 1000 ℓ; B. 200 ℓ; C. 500 ℓ; D. 3000 ℓ.
- (0,5p) 9. Perimetrul triunghiului cu lungimile laturilor de 3,5 m, 5,9 m, respectiv 4,6 m este egal cu:
A. 13,8 m; B. 20 m; C. 14 m; D. 12,5 m.

Partea a II-a – La următoarele probleme se cer rezolvări complete:

- (0,7p) 1. Calculați: $10 \cdot (701 - 2^5 \cdot 3^3 : 72)$.
- (0,8p) 2. a) Transformați fracțiile zecimale $x = 1,75$, $y = 2,(6)$ și $z = 1,3(8)$ în fracții ordinare ireductibile.
- (0,8p) b) Rotunjiți la a treia zecimală numărul rațional pozitiv $f = (x + z - y) : 0,(3)$.
3. Se consideră un dreptunghi de lungime L și lățime l , care are aria egală cu 98 cm^2 și $L = 2l$.
- (0,8p) a) Calculați lățimea dreptunghiului.
- (0,7p) b) Calculați lungimea dreptunghiului.
- (0,7p) c) Calculați perimetrul dreptunghiului.

ALGEBRĂ

Capitolul I

MULȚIMI. MULȚIMEA NUMERELOR NATURALE

Lecția 1. Mulțimi. Descriere, notații, reprezentări; mulțimi numerice, mulțimi nenumerice; relația dintre un element și o mulțime



Citesc și rețin

Mulțimea este o colecție de obiecte diferite, având **aceeași** proprietate. Obiectele din mulțime se numesc **elementele mulțimii**.

Mulțimile se notează cu **litere mari**, iar elementele mulțimilor se notează cu **litere mici**, cifre, numere etc.

Elementele unei mulțimi se scriu între paranteze acolade, despărțite prin virgulă, într-o ordine oarecare.

Într-o mulțime un element este scris **o singură dată**.

Dacă A este o mulțime și a , un element al său, atunci notăm $a \in A$ și citim „elementul a **aparține** mulțimii A ”.

Dacă a nu este un element al mulțimii A , atunci notăm $a \notin A$ și citim „elementul a **nu aparține** mulțimii A ”.

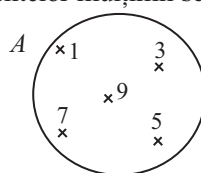
O mulțime poate fi reprezentată în mai multe moduri:

1. prin enumerarea fiecărui element al mulțimii scris între paranteze acolade;

Exemplu: $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$. Citim: „Mulțimea A este formată din elementele 1, 3, 5, 7 și 9”.

2. prin enumerarea tuturor elementelor mulțimii scrise în interiorul unei linii curbe închise numite diagramă;

Exemplu:



3. enunțând o proprietate caracteristică a elementelor mulțimii.

Exemplu: $A = \{x \mid x \text{ este cifră impară}\}$. Citim: „Mulțimea A este formată din elementele x cu proprietatea că x este cifră impară”.



Cum se aplică?

1. Scrieți mulțimea divizorilor numărului natural 20, notând-o cu litera A .

Soluție:

Mulțimea divizorilor numărului natural 20 este: $A = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$.

2. Se consideră mulțimea $E = \{x \text{ este număr natural} \mid 2^x < 32\}$. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

- a) $0 \in E$; b) $5 \in E$; c) $2 \notin E$; d) $4 \in E$.

Solutie:

Mai întâi, vom enumera elementele mulțimii E . $2^x < 32$, sau $2^x < 2^5$, deci $x < 5$, prin urmare $E = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ de unde rezultă valoarea de adevăr a propozițiilor: a) A; b) F; c) F; d) A.

3. Enumerați elementele mulțimii $A = \left\{ \overline{xyz} \mid x = \frac{y+z}{4}, 0 < y < z \right\}$.

Solutie:

Dacă $x = 1$, atunci $y = 1$ și $z = 3$, dacă $x = 2$, atunci $y = 1$ și $y = 7$ sau $y = 2$ și $z = 6$ sau $y = 3$ și $z = 5$; dacă $x = 3$, atunci $y = 3$ și $z = 9$ sau $y = 4$ și $z = 8$ sau $y = 5$ și $z = 7$; dacă $x = 4$, atunci $y = 7$ și $z = 9$; pentru $x > 4$ nu avem soluții. Prin urmare, mulțimea se scrie $A = \{113, 217, 226, 235, 339, 348, 357, 479\}$.



Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Stabiliți care dintre următoarele propoziții reprezintă o mulțime și completați caseta cu răspunsul corespunzător „Da” sau „Nu”. Justificați răspunsul.

- a) $A = \{1, 2, 3, 1\}$; ☐ b) $B = \{a, b, c, d, \}$; ☐ c) $C = \{l, m, n, P\}$; ☐
d) $D = \{f, g, h, i\}$; ☐ e) $e = \{1, 3, 5, 7\}$; ☐ f) $F = \{1, 7, 8, 9\}$. ☐

2. Citiți următoarele multimi:

- a) $A = \{d, e, f, g, h\}$; b) $B = \{4, 5, 6, 7, 9\}$;
c) $C = \{x \text{ este număr natural} \mid 1 < x \leq 7\}$; d) $D = \{x \text{ este număr natural par} \mid x > 5\}$.

3. Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect. Mulțimea $A = \{a, b, c, d, f\}$ este reprezentată prin:

- A. enumerarea fiecărui element;
B. enunțarea unei proprietăți caracteristice a elementelor.

4. Încercuieți litera corespunzătoare răspunsului corect. Mulțimea $E = \{x \text{ este număr natural} \mid x < 4\}$ este reprezentată prin:

- A. enumerarea fiecărui element;
B. enunțarea unei proprietăți caracteristice a elementelor.

5. Reprezentați fiecare dintre următoarele mulțimi printr-o diagramă:

- a) $A = \{m, n, o, p, t\}$; b) $B = \{7, 9, 11, 13\}$.

[illegible]

Lecția 4. Operații cu mulțimi



Citesc și rețin

Reuniunea mulțimilor

Reuniunea mulțimilor A și B este mulțimea notată $A \cup B$, care conține acele elemente ce aparțin cel puțin uneia dintre mulțimile A și B .

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ sau } x \in B\}.$$

Intersecția mulțimilor

Intersecția mulțimilor A și B este mulțimea notată $A \cap B$, care conține elementele comune mulțimilor A și B .

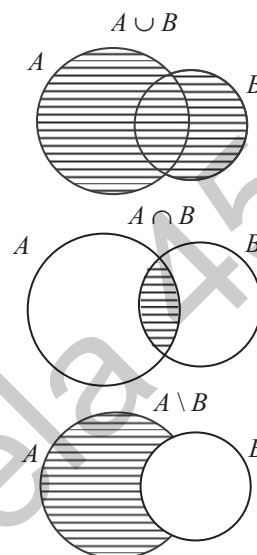
$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ și } x \in B\}.$$

Diferența mulțimilor

Diferența mulțimilor A și B este mulțimea notată $A \setminus B$, care conține acele elemente care aparțin mulțimii A și care nu aparțin mulțimii B .

$$A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ și } x \notin B\}.$$

Definiție: Mulțimile E și F se numesc **disjuncte** dacă $E \cap F = \emptyset$.



Cum se aplică?

1. Se consideră mulțimile $A = \{a, b, c\}$ și $B = \{a, c, d, f\}$. Determinați:

- a) $A \cup B$; b) $A \cap B$; c) $A \setminus B$; d) $B \setminus A$.

Soluție:

- a) $A \cup B = \{a, b, c, d, f\}$; b) $A \cap B = \{a, c\}$;
c) $A \setminus B = \{b\}$; d) $B \setminus A = \{d, f\}$.

2. Se consideră mulțimile $D = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 2\}$, $E = \{y \mid y \in \mathbb{N}, y = x^3, x \in D\}$ și $F = \{z \mid z \in \mathbb{N}, z = x^2 + 1, x \in D\}$. Efectuați:

- a) $(D \cup E) \setminus F$; b) $D \cap (F \setminus E)$.

Soluție:

a) Mai întâi enumerăm elementele mulțimilor: $D = \{0, 1, 2\}$, $E = \{0, 1, 8\}$ și $F = \{1, 2, 5\}$. Efectuăm operația din paranteză: $D \cup E = \{0, 1, 2\} \cup \{0, 1, 8\} = \{0, 1, 2, 8\}$, deci $(D \cup E) \setminus F = \{0, 1, 2, 8\} \setminus \{1, 2, 5\} = \{0, 8\}$;

b) Efectuăm operația din paranteză: $F \setminus E = \{1, 2, 5\} \setminus \{0, 1, 8\} = \{2, 5\}$, deci $D \cap (F \setminus E) = \{0, 1, 2\} \cap \{2, 5\} = \{2\}$.

3. Determinați mulțimile E și F , dacă îndeplinesc simultan condițiile:

- a) $E \cup F = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$; b) $E \cap F = \{1, 4\}$; c) $E \setminus F = \{0, 2, 5\}$.

Soluție:

Din condiția c) rezultă că elementele $0, 2, 5 \in E$ și $0, 2, 5 \notin F$.

Din condiția b) rezultă că elementele $1, 4 \in E$ și $1, 4 \in F$.

Din condițiile c), b) și a) rezultă că elementul $3 \in F$, prin urmare mulțimile sunt: $E = \{0, 2, 5, 1, 4\}$, $F = \{1, 4, 3\}$.



Știu să rezolv

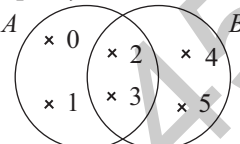
Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Citiți următoarele notații, unde E și F sunt mulțimi:

- a) $E \cup F$; b) $E \cap F$; c) $E \setminus F$; d) $F \setminus E$.

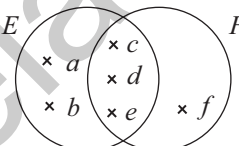
2. Folosind diagrama următoare stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

- a) $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$; ☐ b) $A \cap B = \{2, 3\}$; ☐
c) $A \setminus B = \{0, 1\}$; ☐ d) $B \setminus A = \{3, 5\}$. ☐



3. Folosind diagrama următoare, completați spațiile punctate cu răspunsul corect:

- a) $E \cup F = \dots\dots\dots$; b) $E \cap F = \dots\dots\dots$;
c) $E \setminus F = \dots\dots\dots$; d) $F \setminus E = \dots\dots\dots$.



4. Se consideră mulțimile $A = \{5, 8\}$ și $B = \{5, 6, 9\}$. Determinați:

- a) $A \cup B = \dots\dots\dots$; b) $A \cap B = \dots\dots\dots$;
c) $A \setminus B = \dots\dots\dots$; d) $B \setminus A = \dots\dots\dots$.

5. Se consideră mulțimile $E = \{m, n, p\}$ și $F = \{d, n\}$. Determinați:

- a) $E \cup F = \dots\dots\dots$; b) $E \cap F = \dots\dots\dots$;
c) $E \setminus F = \dots\dots\dots$; d) $F \setminus E = \dots\dots\dots$.

Exerciții și probleme de dificultate redusă

6. Se consideră mulțimile $A = \{0, 1, 2, 3\}$ și $B = \{2, 3, 4\}$. Determinați:

- a) $A \cup B$; b) $A \cap B$; c) $A \setminus B$; d) $B \setminus A$;
e) $A \cup \emptyset$; f) $B \cap \emptyset$; g) $A \setminus \emptyset$; h) $\emptyset \setminus B$.

7. Se consideră mulțimile $A = \{a, b, c, d, e\}$ și $B = \{a, b, d, t\}$. Determinați:

- a) $A \cup B$; b) $A \cap B$; c) $A \setminus B$; d) $B \setminus A$;
e) $A \cup \emptyset$; f) $B \cap \emptyset$; g) $B \setminus \emptyset$; h) $\emptyset \setminus A$.

8. Se consideră mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 13x : 2\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 72x : 5\}$. Determinați:

- a) $A \cup B$; b) $A \cap B$; c) $A \setminus B$; d) $B \setminus A$.

9. Se consideră mulțimile $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{a, b, d, f\}$ și $C = \{a, d, f, h, t\}$. Determinați:

- a) $(A \setminus B) \cap C$; b) $(B \cap C) \setminus A$; c) $(C \setminus B) \cap A$; d) $B \cup (C \setminus A)$.

10. Se consideră mulțimile $A = \{0, 1, 2, 4, 5\}$, $B = \{0, 6\}$ și $C = \{0, 2, 3, 6\}$. Determinați:

- a) $(A \cup B) \setminus C$; b) $(A \cap C) \cup B$; c) $(B \setminus A) \cap C$; d) $B \cap (C \setminus A)$.

Capitolul II

RAPOARTE. PROPORȚII

Lecția 10. Rapoarte



Citesc și rețin

Definiție: Raportul numerelor raționale pozitive a și b este câtul $a : b$, notat $\frac{a}{b}$.

Numerele a și b se numesc **termenii raportului**.

Exemplu: Raportul numerelor 8 și 5 este $\frac{8}{5}$.

Definiție: Valoarea raportului $\frac{a}{b}$ este câtul împărțirii $a : b$.

Exemplu: Valoarea raportului $\frac{8}{5}$ este egală cu $8 : 5 = 1,6$.

Rapoarte utilizate în practică

Raport procentual

Un raport de forma $\frac{p}{100}$, $p \in \mathbb{Q}_+$, notat $p\%$, se numește **raport procentual** ($p\%$ se citește „ p la sută”).

Exemplu: $23\% = \frac{23}{100}$.

Scara unei hărți

Scara unei hărți, notată cu S , este raportul dintre distanța dintre două puncte de pe hartă și distanța dintre cele două puncte din teren.

Exemplu: Fie A și B două localități situate la distanța de 10 km. Dacă pe hartă distanța AB este de 1 cm, determinați scara hărții.

$$S = \frac{1 \text{ cm}}{10 \text{ km}} = \frac{0,01 \text{ m}}{10000 \text{ m}} = \frac{1}{1000000}.$$

Concentrația unei soluții

Concentrația unei soluții, notată cu C , este raportul dintre masa substanței care se dizolvă și masa soluției.

Exemplu: Într-un vas se află o soluție de sare cu apă. Dacă masa soluției este de 300 g, iar cea a sării este de 6 g, aflați concentrația soluției.

$$C = \frac{6 \text{ g}}{300 \text{ g}} = \frac{2}{100} = 2\%.$$

Titlul unui aliaj

Titlul unui aliaj, notat cu T , este raportul dintre masa metalului prețios și masa aliajului.

Exemplu: Un aliaj de argint și aluminiu conține 16 g argint și 184 g aluminiu. Aflați titlul aliajului.

$$T = \frac{16 \text{ g}}{16 \text{ g} + 184 \text{ g}} = \frac{16 \text{ g}}{200 \text{ g}} = \frac{8}{100} = 8\%.$$



a) 35 și 16;

a) $\frac{35}{16}$;

$$\text{b) } \frac{24^{(6)}}{42} = \frac{4}{7}.$$

a) $\frac{6}{5}$;

b) $\frac{5}{6}$.

$$\text{a) } \frac{6}{5} = 6 : 5 = 1,2;$$

$$\text{b) } \frac{5}{6} = 5 : 6 = 0,8(3).$$

$$\frac{x}{y} = 1, (6) \Rightarrow \frac{0,2(7)}{y} = 1, (6) \Rightarrow y = 0,2(7) : 1, (6) \Rightarrow y = \frac{27-2}{90} : 1 \frac{6}{9} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = \frac{25}{90} : 1\frac{2}{3} \Rightarrow y = \frac{5}{18} : \frac{5}{3} \Rightarrow y = \frac{5}{18} \cdot \frac{3}{5} \Rightarrow y = \frac{1}{6}.$$



1. Încercuiți litera corespunzătoare singurului răspuns corect. Raportul numerelor rationale pozitive x și y se scrie:

A. $\frac{y}{x}$;

$$\text{B. } x : y;$$
$$\text{C. } y : x;$$

D. $\frac{x}{y}$.

Numerele	5 și 7	4 și 9	7 și 6	16 și 12	15 și 20	35 și 56
Raportul numerelor						

a) $AB = 45$ cm și $CD = 60$ cm;

b) $AB = 48$ cm și $CD = 72$ cm;

c) $AB = 120$ m și $CD = 210$ m;

d) $AB = 140$ m şi $CD = 180$ m.

[illegible]

Lecția 16. Mărimi direct proporționale



Citesc și rețin

Definiție: Două mărimi care depind una de cealaltă se numesc **direct proporționale** dacă atunci când una se mărește (se micșorează) de un număr de ori și cealaltă se mărește (se micșorează) de același număr de ori.

Exemplu: Numărul obiectelor de același fel și costul acestora sunt mărimi direct proporționale.

Definiție: Se consideră mulțimile ordonate $A = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$ și $B = \{b_1, b_2, b_3, \dots, b_n\}$, $n \geq 2$. Spunem că între mulțimile A și B există o **proporționalitate directă** dacă

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3} = \dots = \frac{a_n}{b_n}. \text{ (Valoarea numerică comună a acestor rapoarte se numește}$$

coeficient de proporționalitate.)

Exemplu: Între mulțimile $A = \{2, 4, 6, 8\}$ și $B = \{3, 6, 9, 12\}$ există o proporționalitate

directă deoarece $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12}$.



Cum se aplică?

1. Stabiliți valoarea de adevăr a propoziției: „Lungimea laturii unui pătrat și aria pătratului sunt mărimi direct proporționale.”

Soluție:

Știind că aria pătratului se calculează cu formula $\mathcal{A} = l^2$, completăm tabelul următor. Analizând datele din tabel, rezultă că propoziția este falsă.

l (cm)	1	2	3	4
$\mathcal{A}$ (cm ²)	1	4	9	16

2. Determinați numerele x , y și z direct proporționale cu numerele 3, 5 și 7, știind că $5x - 2y + z = 24$.

Soluție:

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{7} = k, \text{ deci } x = 3k, y = 5k \text{ și } z = 7k; 5x - 2y + z = 24 \text{ sau } 5 \cdot 3k - 2 \cdot 5k + 7k = 24, \text{ așadar } 15k - 10k + 7k = 24, \text{ deci } 12k = 24, \text{ prin urmare } k = 2; x = 3k = 3 \cdot 2 = 6; y = 5k = 5 \cdot 2 = 10 \text{ și } z = 7k = 7 \cdot 2 = 14.$$

3. Numărul de cărți împrumutate elevilor de către o bibliotecă școlară miercuri, joi și vineri sunt direct proporționale cu numerele 9, 10 și 15. Știind că numărul de cărți împrumutate miercuri și joi este cu 16 mai mare decât numărul de cărți împrumutate vineri, aflați câte cărți au împrumutat elevii în cele trei zile.

Soluție:

Notăm cu x , y și z numărul de cărți împrumutate miercuri, joi, respectiv vineri.

$\frac{x}{9} = \frac{y}{10} = \frac{z}{15} = k$, de unde rezultă că $x = 9k$, $y = 10k$ și $z = 15k$; $x + y = z + 16 \Rightarrow 9k + 10k = 15k + 16 \Rightarrow 19k = 15k + 16 \Rightarrow 4k = 16 \Rightarrow k = 4$, deci $x = 36$, $y = 40$ și $z = 60$; $x + y + z = 136$ cărți.



Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. a) Completați tabelul următor, în care $\mathcal{P}$ și p reprezintă perimetrul, respectiv semiperimetrul unui triunghi.

$\mathcal{P}(\text{cm})$	10	30		90
$p \text{ (cm)}$			25	

b) Analizând datele din tabel, stabiliți valoarea de adevăr a propoziției: „Perimetrul și semiperimetrul unui triunghi sunt mărimi direct proporționale.” ☐

2. a) Completați tabelul următor, în care l reprezintă lungimea laturii unui pătrat și $\mathcal{P}$, perimetrul pătratului.

l (cm)	4	12
$\mathcal{P}$ (cm)	32	80

b) Analizând datele din tabel, stabiliți valoarea de adevăr a propoziției: „Lungimea laturii unui pătrat și perimetrul pătratului sunt mărimi direct proporționale.” ☐

3. Determinați numerele x , y și z direct proporționale cu numerele 2, 3 și 4, știind că:

c) $x + y + z = 45$.

c)

Exerciții și probleme de dificultate redusă

4. Determinați numerele x, y și z direct proporționale cu numerele 3, 4 și 6, știind că:

c) $y + z - x = 21$.

Teste de evaluare sumativă

Testul 1

Se acordă 1 punct din oficiu.

Partea I – Încercuiți litera corespunzătoare singurului răspuns corect:

(1p) 1. Mărimile x și y din tabelul următor sunt:

A. invers proporționale;

B. direct proporționale.

x	2	4	6
y	3	6	9

(1p) 2. Alegând o literă din mulțimea $E = \{a, d, i, o, t, u\}$, probabilitatea ca aceasta să fie vocală este egală cu:

A. $\frac{5}{6}$;

B. $\frac{4}{5}$;

C. $\frac{3}{4}$;

D. $\frac{2}{3}$.

(1p) 3. Rezolvând câte 5 exerciții pe zi, Ștefan termină tema la matematică în 4 zile. Dacă tema ar conține un număr de exerciții cu 50% mai mare, atunci, lucrând tot câte 5 exerciții pe zi, Ștefan ar termina tema în:

A. 8 zile;

B. 5 zile;

C. 6 zile;

D. 9 zile.

(1p) 4. În tabelul următor sunt înregistrate notele obținute la un test la matematică, de elevii clasei a VI-a.

Nota	4	5	6	7	8	9	10
Frecvența	2	4	3	5	4	3	4

Frecvența notei 7 la acest test este egală cu:

A. 4;

B. 5;

C. 3;

D. 2.

(1p) 5. Un automobil care se deplasează cu viteza medie de 80 km/h parcurge o distanță în 5 ore. Ce viteză medie ar trebui să aibă automobilul pentru a parcurge aceeași distanță în 4 ore?

A. 100 km/h;

B. 60 km/h;

C. 64 km/h;

D. 120 km/h.

Partea a II-a – La următoarele probleme se cer rezolvările complete:

(1p) 1. Calculați probabilitatea ca un număr natural de două cifre să aibă suma cifrelor egală cu 5.

(1p) 2. Construcția unei hidrocentrale s-a realizat în 3 ani, astfel: 30% în primul an, 25% în al doilea an și 45% în ultimul an. Reprezentați datele problemei printr-o diagramă circulară.

(1p) 3. Fie A_1 , A_2 și A_3 unghiuri în jurul punctului A . Aflați măsurile unghiurilor A_1 , A_2 și A_3 , știind că sunt invers proporționale cu numerele 2, 3 și 6.

(1p) 4. Determinați numerele a , b și c direct proporționale cu 0,(3), 0,5 și 0,(6), știind că diferența dintre cel mai mare și cel mai mic număr este egală cu 4.

Fișă pentru portofoliul elevului

Numele și prenumele:

Clasa a VI-a

Capitolul: Rapoarte. Proportii

Se acordă 10 puncte din oficiu.

I. Dacă propoziția este adevărată, subliniați litera A, iar dacă propoziția este falsă, subliniați litera F.

(7p) 1. Dacă 4 pâini costă 6 lei, atunci 6 pâini de același fel costă 9 lei. A F

(7p) 2. Într-o urnă sunt 4 bile albe și 5 bile negre. Se extrage o bilă. Probabilitatea ca bila extrasă să fie albă este egală cu $\frac{4}{9}$. A F

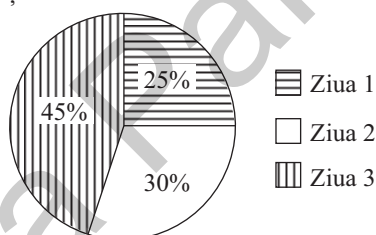
(7p) 3. Din tabelul următor rezultă că mărimile x și y sunt direct proporționale. A F

x	2	4	6
y	18	9	6

II. Completați spațiile punctate cu răspunsul corect.

(7p) 1. Dacă numerele naturale a , b și c sunt invers proporționale cu 13, 11, respectiv 17, atunci cel mai mare dintre ele este

(7p) 2. Pentru vizitarea unor obiective turistice, elevii clasei a VI-a B au parcurs cu un autocar distanța de 420 km în trei zile conform diagramei următoare.



Distanța parcursă în prima zi a fost egală cu

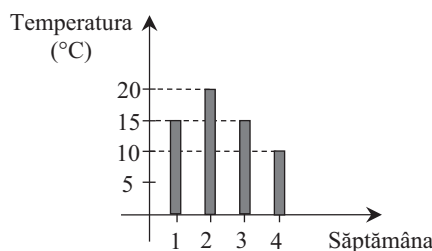
(7p) 3. Se consideră mulțimea $E = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$. Alegând un element din mulțimea E , probabilitatea ca acesta să fie număr prim este egală cu

III. Încercuți litera corespunzătoare singurului răspuns corect.

(8p) 1. Numerele x , y și z sunt direct proporționale cu 1,(3), 1,75 și 2,(6). Știind că $x + y - z = 5$, numerele x , y și z sunt egale cu:

A. 10, 12, 14; B. 16, 21, 32; C. 15, 20, 25; D. 14, 21, 28.

(8p) 2. În luna octombrie s-a măsurat și calculat temperatura medie săptămânală. Rezultatele obținute sunt reprezentate în graficul următor.



Valoarea temperaturii medii în luna octombrie a fost egală cu:

- A. 15°C ; B. 16°C ; C. 14°C ; D. 18°C .

- (8p) 3. Nouă pompe de aceeași capacitate golesc un rezervor plin cu apă în 4 ore.
Câte pompe de aceeași capacitate golesc același rezervor în 6 ore?
A. 4 pompe; B. 5 pompe; C. 6 pompe; D. 8 pompe.

La exercițiile IV. și V. scrieți pe fișă rezolvările complete.

- IV. Alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre nenule,
(8p) calculați probabilitatea ca acesta să fie mai mare decât răsturnatul său.

- V. Unghiurile O_1 , O_2 , O_3 și O_4 sunt unghiuri în jurul punctului O .

- (8p) a) Determinați măsurile celor patru unghiuri, știind că sunt invers proporționale cu numerele 3,5, 2,(3), 1,75, respectiv 1,1(6).
(8p) b) Determinați măsurile celor patru unghiuri, știind că sunt direct proporționale cu numerele 1,(6), 0,8(3), 1,25, respectiv 2,5.

GEOMETRIE

Capitolul I

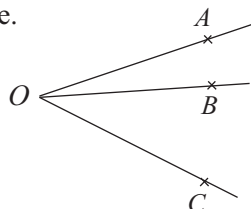
NOȚIUNI GEOMETRICE FUNDAMENTALE

Lecția 1. Unghiuri adiacente



Citesc și rețin

Definiție: Două unghiuri **proprii** se numesc **unghiuri adiacente** dacă au vârful comun, au o latură comună, iar celelalte două laturi sunt situate de o parte și de alta a laturii comune.



$\angle AOB$ și $\angle BOC$ sunt unghiuri adiacente.

Pentru figura precedentă sunt adevărate următoarele egalități:

- $\angle AOB + \angle BOC = \angle AOC$ (unghi sumă);
- $\angle AOC - \angle AOB = \angle BOC$ (unghi diferență);
- $\angle AOC - \angle BOC = \angle AOB$ (unghi diferență).

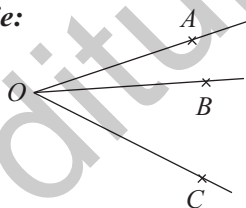


Cum se aplică?

1. Unghiurile AOB și BOC sunt adiacente. Știind că:

- a) $\angle AOB = 22^\circ 43'$ și $\angle BOC = 40^\circ 15'$, aflați $\angle AOC$;
- b) $\angle AOC = 79^\circ 18'$ și $\angle AOB = 36^\circ 14'$, aflați $\angle BOC$.

Soluție:

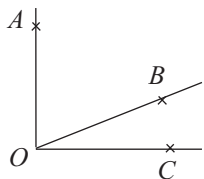


a) Observăm că $\angle AOC = \angle AOB + \angle BOC = 22^\circ 43' + 40^\circ 15' = 62^\circ 58'$;

b) Observăm că $\angle BOC = \angle AOC - \angle AOB = 79^\circ 18' - 36^\circ 14' = 43^\circ 4'$.

2. Unghiurile AOB și BOC sunt adiacente și complementare. Dacă $\angle AOB = 3\angle BOC + 14^\circ$, aflați $\angle AOB$ și $\angle BOC$.

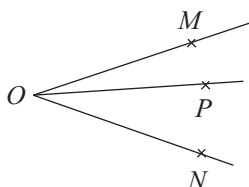
Soluție:



Observăm că $\angle AOB + \angle BOC = \angle AOC$ sau $3\angle BOC + 14^\circ + \angle BOC = 90^\circ$, deci $4\angle BOC = 90^\circ - 14^\circ$, prin urmare $\angle BOC = 76^\circ : 4$, de unde rezultă că $\angle BOC = 19^\circ$; $\angle AOB = 3 \cdot 19^\circ + 14^\circ = 57^\circ + 14^\circ = 71^\circ$.

3. Semidreapta OP este situată în interiorul unghiului MON cu măsura de 70° . Știind că $\angle MOP = \frac{3}{4} \angle NOP$, calculați măsurile unghiurilor MOP și NOP .

Soluție:



Notăm $\angle NOP = x$. Observăm că $\angle MOP + \angle NOP = \angle MON$,
deci $\frac{3}{4}x + x = 70^\circ$, prin urmare $\frac{3x}{4} + \frac{4x}{4} = 70^\circ$ sau $\frac{7x}{4} = 70^\circ$,
de unde rezultă că $x = 70^\circ : \frac{7}{4}$, deci $x = 70^\circ \cdot \frac{4}{7}$ și
obținem $x = 40^\circ$, așadar $\angle NOP = 40^\circ$ și $\angle MOP = 30^\circ$.

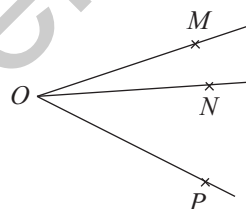


Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Pentru figura alăturată, stabiliți care dintre următoarele perechi de unghiuri sunt adiacente, completând caseta cu răspunsul corespunzător „Da” sau „Nu”.

- a) $\angle MON$ și $\angle MOP$; ☐
b) $\angle MOP$ și $\angle NOP$; ☐
c) $\angle MON$ și $\angle NOP$. ☐



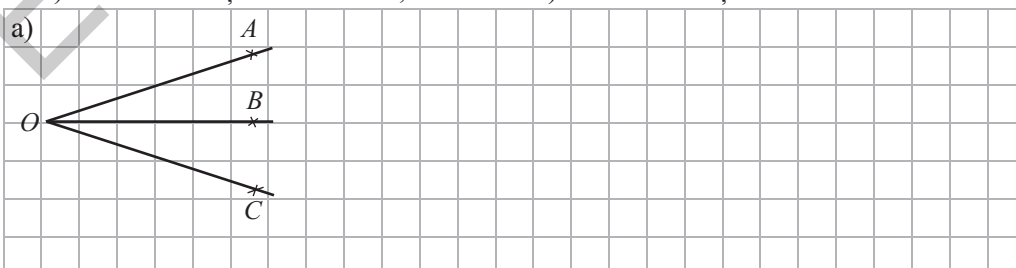
2. Construiți următoarele unghiuri adiacente, precizând mai întâi latura lor comună:

- a) $\angle CDE$ și $\angle EDF$; b) $\angle MNP$ și $\angle MNQ$.



3. Unghiurile AOB și BOC sunt adiacente. Calculați măsura unghiului AOC în următoarele cazuri:

- a) $\angle AOB = 37^\circ$ și $\angle BOC = 52^\circ$; b) $\angle AOB = 77^\circ$ și $\angle BOC = 35^\circ$.



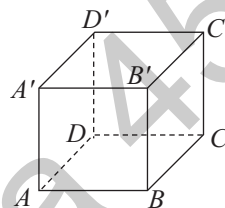


Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

- (3p) 1. Construiți dreptele perpendiculare a și b și notați cu O punctul lor de concurență.
- (3p) 2. În figura alăturată, cubul $ABCD A'B'C'D'$ reprezintă schematic o cutie cu creț. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:
- a) $B'B \perp BC$; ☐ b) $CD \perp D'D$; ☐
c) $D'A' \perp A'B'$; ☐ d) $B'C' \perp C'D'$. ☐
- (3p) 3. Construiți pătratul $ABCD$ și punctele $M \in AB$, $N \in BC$, $P \in CD$ și $Q \in DA$, astfel încât $AM \equiv BN \equiv CP \equiv DQ$. Ce puteți spune despre dreptele MP și NQ ?

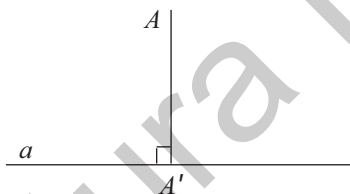


Lecția 10. Distanța de la un punct la o dreaptă



Citesc și rețin

Definiție: Fie A un punct exterior dreptei a . Prin **distanța de la punctul A la dreapta a** , înțelegem lungimea segmentului AA' cu proprietatea că $AA' \perp a$ și $A' \in a$.



Distanța de la punctul A la dreapta a este AA' .

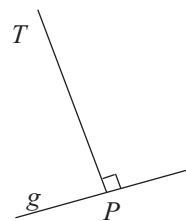


Cum se aplică?

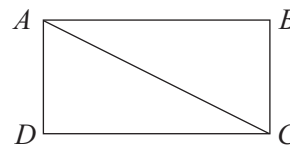
1. Încercuiți litera corespunzătoare singurului răspuns corect. În figura alăturată distanța de la punctul T la dreapta g este egală cu:
A. 3 cm; B. 3,5 cm; C. 2,5 cm; D. 2 cm.

Soluție:

Deoarece $TP \perp g$, rezultă că distanța de la punctul T la dreapta $g = TP$. Măsurând segmentul TP , obținem $TP = 2,5$ cm, prin urmare răspunsul corect este C. 2,5 cm.



2. În figura alăturată este reprezentat dreptunghiul $ABCD$. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:



- a) distanța de la punctul A la dreapta $CD = AC$;
- b) distanța de la punctul A la dreapta $CD = AD$;
- c) distanța de la punctul A la dreapta $BC = AB$.

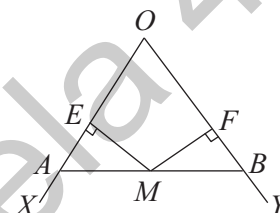
Soluție:

- a) Deoarece $AC \nparallel CD$, rezultă că propoziția este falsă;
- b) Deoarece $AD \perp CD$, rezultă că propoziția este adevărată;
- c) Deoarece $AB \perp BC$, rezultă că propoziția este adevărată.

3. Construiți unghiul XOY și punctele $A \in OX$, $B \in OY$, astfel încât $OA \equiv OB$ și notați cu M mijlocul segmentului AB . Arătați prin măsurare că distanțele de la punctul M la dreptele OA , respectiv OB sunt egale.

Soluție:

Construim figura cerută în enunțul problemei și apoi, cu ajutorul echerului, construim distanțele ME , respectiv MF . Măsurând distanțele, obținem $ME = 1$ cm și $MF = 1$ cm, prin urmare $ME = MF$.

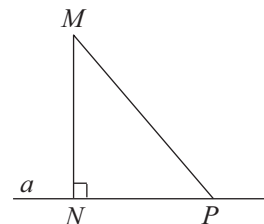


Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect. În figura alăturată, segmentul care reprezintă distanța de la punctul M la dreapta a este:

- A. MP ;
- B. MN .

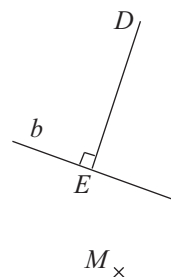


2. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții, folosind figura de la problema anterioară. Dacă segmentul MN reprezintă distanța de la punctul M la dreapta a , $N \in a$, atunci:

- a) $\angle N = 90^\circ$; ☐
- b) $MN \perp a$. ☐

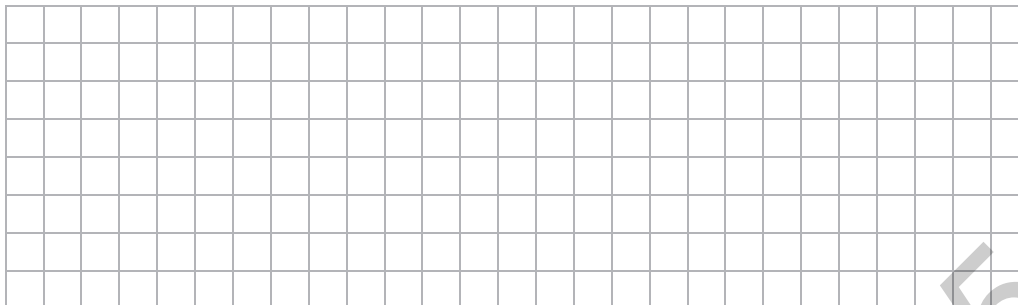
3. Încercuiți litera corespunzătoare singurului răspuns corect. În figura alăturată distanța de la punctul D la dreapta b este egală cu:

- A. 3 cm;
- B. 2,5 cm;
- C. 3,2 cm;
- D. 2 cm.



4. În figura alăturată, construiți distanța de la punctul M la dreapta g , măsurați-o și apoi completați spațiul punctat cu valoarea acesteia.

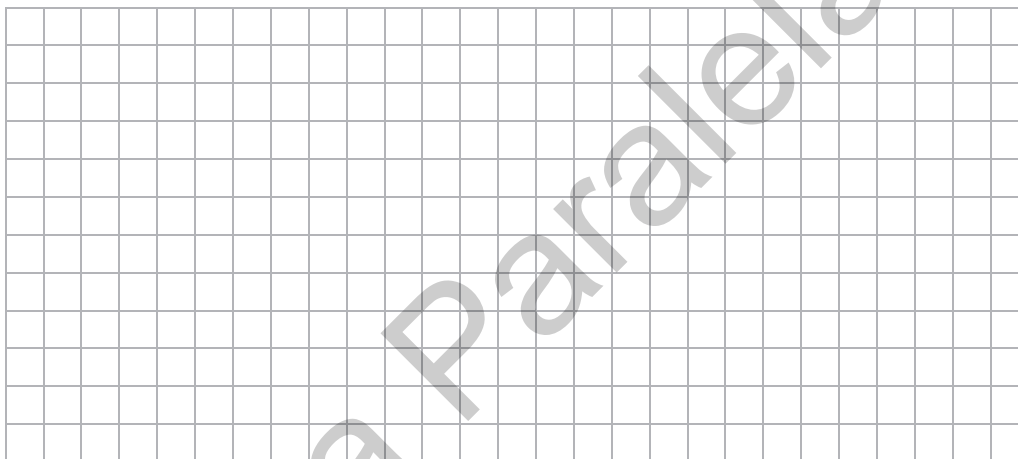




V. Construiți dreapta d și punctele $A \notin d$ și $B \in d$, astfel încât dreptele d și AB nu sunt perpendiculare. Notați cu E și F simetricele punctului A față de dreapta d , respectiv față de punctul B .

(8p) a) Prin măsurare, arătați că $\angle AEF = 90^\circ$.

(8p) b) Arătați că dreptele d și EF sunt paralele.



Lecția 13. Cercul



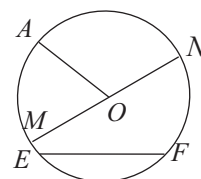
Citesc și rețin

Definiție: Numim **cerc** de centru O și rază R , mulțimea punctelor din plan situate la distanța R față de punctul O .

Construcție: Cercul se construiește cu ajutorul instrumentului geometric numit **compas**.

Definiții:

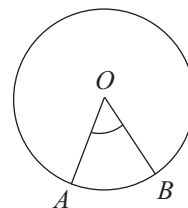
1. Dacă punctul A aparține cercului de centru O , atunci segmentul OA se numește **rază**.
2. Dacă punctele E și F aparțin cercului de centru O , atunci segmentul EF se numește **coardă**.
3. Dacă o coardă MN conține centrul cercului (punctul O), atunci aceasta se numește **diametru**, iar punctele M și N se numesc **diametral opuse**.



Definiție: Două cercuri se numesc **congruente** dacă au razele egale.

Definiție: Măsura unui cerc este egală cu 360° .

Definiție: Un unghi care are vârful în centrul unui cerc se numește **unghi la centru** (pentru cercul respectiv).



Definiții:

1. Mulțimea punctelor de pe un cerc situate în interiorul unghiului la centru AOB se numește **arc mic** AB , notat $\widehat{AB}$.
2. Mulțimea punctelor de pe cerc situate în exteriorul unghiului la centru AOB se numește **arc mare** AB , notat $\widehat{AMB}$, unde M este un punct de pe cerc situat în exteriorul unghiului AOB (pentru ambele arce, punctele A și B se numesc **capete** sau **extremități**).

Observații:

1. Unitatea de măsură pentru măsurarea arcelor de cerc este gradul ($^\circ$).
2. Măsura arcului de cerc de extremități X și Y se notează $\widehat{XY}$.

Definiții:

1. Măsura arcului mic $\widehat{AB}$ este egală cu măsura unghiului la centru $\angle AOB$.
2. Dacă $\widehat{AMB}$ este un arc mare, atunci $\widehat{AMB} = 360^\circ - \widehat{AB}$.

Definiție: Două arce $\widehat{AB}$ și $\widehat{CD}$ ale aceluiași cerc (sau din cercuri congruente) se numesc **congruente** dacă au aceeași măsură. Notăm $\widehat{AB} \equiv \widehat{CD}$.

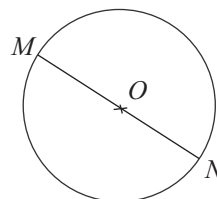


Cum se aplică?

1. În cercul de centru O și rază R din figura alăturată este construit diametrul MN . Știind că $MN = 7$ cm, calculați R , raza cercului.

Soluție:

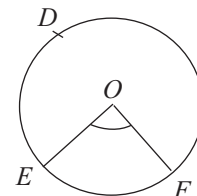
Observăm că $MN = 2R$, deci $2R = 7$ cm, prin urmare $R = 7 \text{ cm} : 2$ și obținem $R = 3,5$ cm.



2. Pe cercul de centru O considerăm punctele D , E și F . Știind că $\angle EOF = 87^\circ$, determinați $\widehat{EDF}$.

Soluție:

Deoarece unghiul EOF este unghi la centru rezultă că $\widehat{EF} = \angle EOF$, prin urmare $\widehat{EF} = 87^\circ$; $\widehat{EDF} = 360^\circ - \widehat{EF} = 360^\circ - 87^\circ = 273^\circ$.



3. Pe cercul de centru O se consideră punctele A , B , C , D și E în această ordine, astfel încât $\widehat{AB} \equiv \widehat{BC} \equiv \widehat{CD} \equiv \widehat{DE} \equiv \widehat{EA}$. Determinați măsurile unghiurilor $\angle AOB$, $\angle BOC$, $\angle COD$, $\angle DOE$ și $\angle EOA$.

Model de test pentru Evaluarea Națională

Capitolul: Noțiuni geometrice fundamentale

PARCUL NAȚIONAL CHEILE BICAZULUI-HĂȘMAȘ

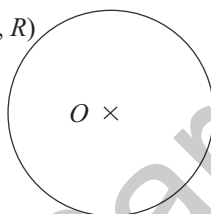
Parcul Național Cheile Bicazului-Hășmaș este situat în zona centrală, nord-estică a României pe teritoriul județelor Harghita și Neamț. Datorită condițiilor geologice și climatice, flora cuprinde peste 1050 de specii concentrate preponderent în zona Lacului Roșu.

Pentru a răspunde la cerințele 1-3, citiți următorul text:

În 1837 dislocarea naturală a unei mari cantități de grohotiș de la baza muntelui Ucigașul a contribuit la apariția Lacului Roșu prin blocarea pâraielor Hășmaș, Roșu, Licaș și Suhard.

Cercul $\mathcal{C}$ de centru O și rază R din figura următoare reprezintă schematic Lacul Roșu. Se știe că prin aproximație $R = 203,5$ m și că suprafața lacului are aria de 13 ha.

$\mathcal{C}(O, R)$



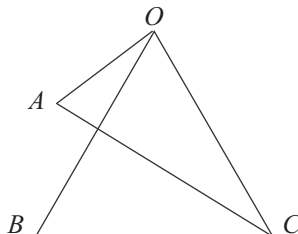
Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect.

1. Măsura cercului $\mathcal{C}$ de centru O și rază R este egală cu:
A. 60° ; B. 240° ; C. 360° ; D. 90° .
2. Lungimea diametrului cercului $\mathcal{C}$ de centru O și rază R este egală cu:
A. 203,5 m; B. 407 m; C. 503 m; D. 307,8 m.
3. Exprimând în metri pătrați aria suprafeței Lacului Roșu, obținem:
A. 130 000 m²; B. 13 000 m²; C. 26 000 m²; D. 260 000 m².

Pentru a răspunde la cerințele 4-6, citiți următorul text:

Parcul Național Cheile Bicazului-Hășmaș este situat pe cursul superior al râului Bicaz, care colectează afluenții Hășmaș, Surduc, Licaș, Suhard și Șugău. Atât cursul râului Bicaz, cât și afluenții săi prezintă cascade și sectoare cu chei sălbatice, cele mai importante fiind Cheile Bicazului.

În schița următoare segmentele OA , OB , OC , AC și BC reprezintă cinci poteci turistice din această zonă.



4. Știind că $\angle ACB = 27^\circ 45'$ și că semidreapta CA este bisectoarea unghiului OCB , calculați măsura unghiului OCB .

[illegible]

5. Știind că $\sphericalangle AOC = 74^\circ$ și că $\sphericalangle BOC = 3\sphericalangle AOB$, calculați măsura unghiului AOB .

[illegible]

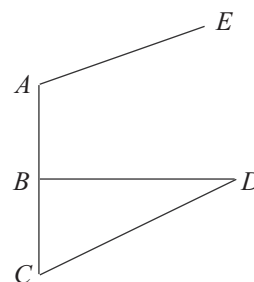
6. Arătați că $\sphericalangle BOC \equiv \sphericalangle OCB$.

[illegible]

Pentru a răspunde la cerințele 7-9, citiți următorul text:

Un grup de elevi din județul Cluj a mers într-o excursie în Parcul Național Cheile Bicazului-Hășmaș pentru a vedea culmea principală a Munților Hășmaș, ce se caracterizează printr-un microclimat impresionant cu abrupturi de sute de metri înălțime și Lacul Roșu, principala atracție a parcului. Grupul de elevi și-a amplasat corturile pe malul Lacului Roșu.

În schița următoare punctele A, B, C, D și E reprezintă locurile în care au fost amplasate cele 5 corturi. Se știe că punctele A, B și C sunt coliniare, $AB = 12,5$ m, $AC = 25$ m, $\sphericalangle ABD = 90^\circ$, $\sphericalangle EAC = 107^\circ$ și $\sphericalangle ACD = 73^\circ$.



7. Arătați că punctul B este mijlocul segmentului AC .

[illegible]

8. Arătați că dreapta BD este mediatoarea segmentului AC .

[illegible]

9. Arătați că dreptele AE și CD sunt paralele.

[illegible]

MODELE DE TESTE PENTRU EVALUAREA CUNOȘTIȚELOR

(Capitolele: Mulțimi. Mulțimea numerelor naturale, Rapoarte. Proporții, Noțiuni geometrice fundamentale)

Testul 1

Se acordă 1 punct din oficiu.

Subiectul I. Încercuiți litera corespunzătoare singurului răspuns corect.

- (0,5p) 1. Se consideră mulțimea $E = \{0, 1, 2, 3, 4\}$. Dintre următoarele mulțimi, cea care este submulțime a mulțimii E este:
A. $\{4, 5\}$; B. $\{0, 2, 3\}$; C. $\{1, 2, 5\}$; D. $\{0, 6\}$.
- (0,5p) 2. Descompunerea în factori a numărului natural 48 este:
A. $2^1 \cdot 3^3$; B. $2^2 \cdot 3^2$; C. $3^2 \cdot 5^1$; D. $2^4 \cdot 3^1$.
- (0,5p) 3. Cel mai mic multiplu comun al numerelor 20 și 25 este egal cu:
A. 100; B. 50; C. 75; D. 150.
- (0,5p) 4. Valoarea raportului numerelor naturale 4 și 5 este egală cu:
A. 1,5; B. 0,8; C. 0,6; D. 1,2.
- (0,5p) 5. Termenul necunoscut x din proporția $\frac{25}{3} = \frac{10}{x}$ este egal cu:
A. $\frac{4}{7}$; B. $\frac{3}{4}$; C. $\frac{2}{3}$; D. $\frac{6}{5}$.
- (0,5p) 6. Mulțimile $E = \{4, 8\}$ și $F = \{2^{n+2}, 2^{n+3}\}$ sunt egale pentru:
A. $n = 0$; B. $n = 1$; C. $n = 2$; D. $n = 3$.
- (0,5p) 7. Suplementul unghiului cu măsura de 65° este unghiul cu măsura de:
A. 85° ; B. 120° ; C. 115° ; D. 95° .
- (0,5p) 8. Dreptele a și b concurente în punctul M sunt perpendiculare dacă:
A. $\angle M = 30^\circ$; B. $\angle M = 45^\circ$; C. $\angle M = 60^\circ$; D. $\angle M = 90^\circ$.
- (0,5p) 9. Pe un cerc se consideră punctele A și B . Dacă $\widehat{AB} = 67^\circ$, atunci măsura arcului mare de extremități A și B este egală cu:
A. 259° ; B. 167° ; C. 293° ; D. 125° .

Subiectul al II-lea. La următoarele probleme se cer rezolvări complete.

- (0,7p) 1. Se consideră mulțimile $E = \{a, b, c, d\}$ și $F = \{b, d, g\}$. Determinați mulțimile $E \cup F$, $E \cap F$, $E \setminus F$ și $F \setminus E$.
- (0,7p) 2. Numerele raționale pozitive x și y sunt direct proporționale cu 2 și 5. Aflați câte procente reprezintă numărul x din numărul y .
- (0,8p) 3. Aflați numărul natural $\overline{ab}$, $a \neq 0$, care îndeplinește condiția $(\overline{ab}; 60) = 10$.
- (0,8p) 4. Determinați numărul natural $\overline{xy}$, $x \neq 0, y \neq 0$, care are proprietatea $\overline{3xy} : \overline{xy}$.
- (0,7p) 5. Dreptele paralele a și b formează cu secanta d unghiurile 1 și 2, interne de aceeași parte a secantei. Știind că $\angle 1 = 4 \cdot \angle 2$, determinați $\angle 1$ și $\angle 2$.
- (0,8p) 6. Unghiurile O_1, O_2, O_3 și O_4 sunt unghiuri în jurul punctului O . Știind că măsurile unghiurilor O_1, O_2 și O_3 reprezintă 56%, 64%, respectiv 68% din măsura unghiului O_4 , aflați măsurile celor patru unghiuri.

INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI

TESTE DE EVALUARE ÎNȚIALĂ

Testul 1

Partea I:

Nr. item	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Rezultate	B	A	D	C	C	B	D	A	C

Partea a II-a: 1. $10 \cdot (701 - 12) = 6890$. 2. a) $x = \frac{7}{4}$, $y = \frac{8}{3}$, $z = \frac{25}{18}$; b) $f = \frac{17}{12} = 1,41(6)$; $f = 1,417$ 3. a) $l = 7$ cm; b) $L = 14$ cm; c) $\mathcal{P} = 42$ cm.

Testul 2

Partea I:

Nr. item	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Rezultate	A	C	B	D	A	B	D	C	B

Partea a II-a: 1. $n = 24$. 2. a) 135; b) 410. 3. a) $l = 10$; b) $h = 2,5$ cm; c) $V = 300$ cm³.

Testul 3

Partea I:

Nr. item	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Rezultate	B	D	B	D	A	B	C	C	D

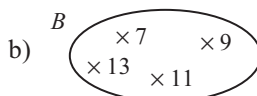
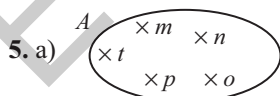
Partea a II-a: 1. $\frac{1}{4}$. 2. a) $x = 2$; b) $x = 8$. 3. a) $l = 3$ cm și $L = 12$ cm; b) $\mathcal{A} = 36$ cm²; c) $\mathcal{P} = 24$ cm.

ALGEBRĂ

CAPITOLUL I – MULȚIMI. MULȚIMEA NUMERELOR NATURALE

Lecția 1. Mulțimi. Descriere, notații, reprezentări; mulțimi numerice, mulțimi nenumerice; relația dintre un element și o mulțime

1. a) Nu, deoarece se repetă elementul 1; b) Nu, deoarece s-a pus virgulă după ultimul element; c) Nu, deoarece ultimul element este literă mare; d) Nu, deoarece s-a folosit paranteza dreaptă; e) Nu, deoarece mulțimea este notată cu literă mică; f) Da. 2. a) Mulțimea A este formată cu elementele d, e, f, g și h ; b) Mulțimea B este formată cu elementele 4, 5, 6, 7 și 9; c) Mulțimea C este formată cu elementele x , unde x este număr natural cu proprietatea $1 < x \leq 7$; d) Mulțimea D este formată cu elementele x , unde x este număr natural par cu proprietatea $x > 5$. 3. A. 4. B.



6. $A = \{0, 1, 2, 3\}$; b) $B = \{a, b, c, d, e, f\}$; c) $C = \{5, 6, 7, 8, 9\}$. 7. $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

8. a) $B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$; b) $C = \{4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18\}$. 9. B. $\left\{\frac{3}{1}, \frac{3}{2}\right\}$.

10. a) $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$; b) $B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$; c) $E = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$; d) $F = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

11. a) $A = \{x \text{ este număr natural} \mid x < 5\}$; b) $B = \{x \text{ este număr natural} \mid 3 \leq x \leq 7\}$; c) $C = \{x \text{ este}$

CAPITOLUL II – RAPOARTE. PROPORȚII

Lecția 10. Rapoarte

1. D. 2. a) $\frac{5}{7}$; b) $\frac{4}{9}$; c) $\frac{7}{6}$; d) $\frac{4}{3}$; e) $\frac{3}{4}$; f) $\frac{5}{8}$. 3. a) $\frac{AB}{CD} = \frac{3}{4}$; b) $\frac{AB}{CD} = \frac{2}{3}$; c) $\frac{AB}{CD} = \frac{4}{7}$;
d) $\frac{AB}{CD} = \frac{7}{9}$. 4. a) 4,5; b) 0,8; c) 3,5; d) 1,2. 5. a) $\frac{AB}{CD} = \frac{3}{2}$; b) $\frac{AB}{CD} = \frac{4}{15}$; c) $\frac{AB}{CD} = \frac{3}{2}$;
d) $\frac{AB}{CD} = \frac{2}{3}$. 6. a) 1,36; b) 2,(6); c) 1,1(6); d) 3,58(3). 7. a) $x = 4$; b) $x = 1$; c) $x = 0,48$; d) $x = 1,(3)$.
8. a) $b = 0,3$; b) $b = 0,5$; c) $b = 0,25$; d) $b = 1,2$. 9. a) $\frac{3}{2}$; b) $\frac{6}{7}$; c) $\frac{4}{9}$; d) $\frac{8}{5}$. 10. a) $\frac{\mathcal{P}_1}{\mathcal{P}_2} = \frac{4}{5}$;
b) $\frac{\mathcal{A}_1}{\mathcal{A}_2} = \frac{16}{25}$. 11. a) $\frac{13}{10} = 130\%$; b) $\frac{16}{25} = 64\%$; c) $\frac{27}{20} = 135\%$; d) $\frac{3}{2} = 150\%$; e) $\frac{1}{4} = 25\%$;
f) $\frac{6}{5} = 120\%$. 12. $\frac{L}{l} = \frac{5}{3}$. 13. $\frac{l}{L} = 0,75$. 14. a) $\frac{(x;y)}{[x;y]} = \frac{1}{6}$; b) $\frac{(x;y)}{[x;y]} = \frac{1}{30}$; c) $\frac{(x;y)}{[x;y]} = \frac{1}{12}$.
15. $1 : 1000000$. 16. $C = 25\%$. 17. $C = 20\%$. 18. $T = 13\%$. 19. $a = 3k$ și $b = 7k$, $k \in \mathbb{N}^*$, deci
 $10k < 37$, de unde rezultă $k \leq 3$, prin urmare $(a, b) \in \{(3, 7), (6, 14), (9, 21)\}$. 20. $\frac{a}{b}$ este
fracție zecimală periodică mixtă pentru $b = 6$ și $a \in \{1, 5, 7\}$, prin urmare $\frac{ab}{ba} \in \left\{\frac{16}{61}, \frac{56}{65}, \frac{76}{67}\right\}$.
21. a) $\frac{p}{q} = \frac{4}{17}$; b) $\frac{p}{q} = \frac{36}{55}$. 22. a) $\frac{m}{n} = \frac{9}{25}$; b) $\frac{m}{n} = \frac{25}{36}$. 23. a) $\frac{p}{q} = \frac{1}{5}$; b) $\frac{p}{q} = \frac{2}{7}$. 24. $\frac{49}{24} =$
 $= 2,041(6); 2,0417$. 25. $\frac{a}{b} = \frac{8}{25}$; $a : b = 0,32$ și, rotunjind, obținem 0,3. 26. $\frac{a+b}{ab} = \frac{1}{2}$, de unde
obținem $b = \frac{2a}{a-2}$ și, analizând, obținem $\frac{ab}{ba} \in \{36, 44, 63\}$. 27. $\frac{a}{b} = 2,25$, deci $\frac{3^n \cdot 4}{2^n \cdot 9} = \frac{9}{4}$
sau $\left(\frac{3}{2}\right)^n = \left(\frac{3}{2}\right)^4$, de unde rezultă $n = 4$.

Test de evaluare stadială

1. a) $\frac{11}{24}$; b) $\frac{4}{3}$. 2. $\frac{1}{6} = 0,1(6)$ și, rotunjind, obținem 0,17. 3. $\frac{p}{q} = \frac{5^n \cdot 120}{5^n \cdot 150} = \frac{4}{5}$.

Lecția 11. Proporții. Proprietatea fundamentală a proporțiilor

1. a) Da; b) Nu; c) Da; d) Da. 2. a) F; b) F; c) A. 3. a) $xy = 20$; b) $xy = 42$; c) $xy = 45$; d) $xy =$
 $= 72$; e) $xy = 54$; f) $xy = 28$. 4. a) A; b) A; c) F; d) F. 5. a) $\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$; b) $\frac{7}{4} = \frac{21}{12}$; c) $\frac{5}{35} = \frac{6}{42}$;
d) $\frac{8}{32} = \frac{7}{28}$. 6. a) $\frac{1}{2} = \frac{7}{14}$; b) $\frac{1}{3} = \frac{5}{15}$; c) $\frac{1}{3} = \frac{7}{21}$; d) $\frac{1}{2} = \frac{13}{26}$. 7. a) $xy = 6$; b) $ab = 40$;
c) $xy = 63$; d) $ab = 54$. 8. a) $xy = 14$; b) $xy = 56$; c) $xy = 25$; d) $xy = 28$. 9. a) $\mathcal{A} = 70 \text{ cm}^2$; b) $\mathcal{A} =$
 $= 96 \text{ cm}^2$; c) $\mathcal{A} = 104 \text{ cm}^2$. 10. a) $x = 6$; b) $x = 9$; c) $x = 10$; d) $x = 8$. 11. a) $xy = 125 = 5^3$; b) $xy =$

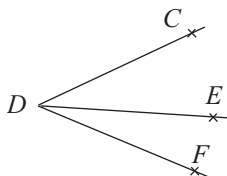
GEOMETRIE

CAPITOLUL I – NOȚIUNI GEOMETRICE FUNDAMENTALE

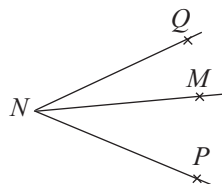
Lecția 1. Unghiuri adiacente

1. a) Nu; b) Nu; c) Da.

2. a)



b)



3. a) $\angle AOC = 89^\circ$; b) $\angle AOC = 112^\circ$. 4. a) $\angle BOC = 33^\circ$; b) $\angle AOB = 42^\circ$. 5. a) $\angle MOP = 85^\circ 47'$; b) $\angle MOP = 99^\circ 14'$. 7. a) $\angle MON = 109^\circ 48'$; b) $\angle PON = 54^\circ 46'$. 8. a) $\angle BOC = 86^\circ 33'$; b) $\angle AOC = 101^\circ 36'$; c) $\angle AOB = 90^\circ$. 9. $\angle AOB = 29^\circ$, $\angle BOC = 30^\circ$, $\angle COD = 31^\circ$. 10. a) $\angle AOB = 32^\circ$, $\angle BOC = 16^\circ$; b) $\angle AOB = 15^\circ 15'$, $\angle BOC = 45^\circ 45'$; c) $\angle AOB = 41^\circ$, $\angle BOC = 34^\circ$; d) $\angle AOB = 32^\circ 30'$, $\angle BOC = 23^\circ 30'$. 11. a) $\angle AOB = 66^\circ 36'$, $\angle BOC = 20^\circ 24'$; b) $\angle AOB = 16^\circ 27'$, $\angle BOC = 78^\circ 33'$. 12. $\angle BAC = 2^\circ + 3^\circ + 5^\circ + 7^\circ = 17^\circ$. 13. $\angle NOP = 30^\circ$. 14. $\angle DOF = 60^\circ$, $\angle EOF = 40^\circ$. 15. $\angle EDM = 20^\circ$, $\angle MDN = 40^\circ$, $\angle NDF = 30^\circ$. 16. $a + a + 1 + a + 2 + \dots + 2a = 84 \Rightarrow a(a+1) + \frac{a(a+1)}{2} = 84 \Rightarrow \frac{3a(a+1)}{2} = 84 \Rightarrow a(a+1) = 56 \Rightarrow a = 7$; măsurile unghiurilor sunt $7^\circ, 8^\circ, 9^\circ, 10^\circ, 11^\circ, 12^\circ, 13^\circ, 14^\circ$. 17. $\angle A = a^\circ$, deci $\frac{n(n+1)}{2} a^\circ = 45^\circ$ sau $n(n+1)a^\circ = 90^\circ$. Dacă $n(n+1) = 2 \cdot 3$, obținem $\angle A_1 = 15^\circ$ și $\angle A_2 = 30^\circ$; dacă $n(n+1) = 5 \cdot 6$, obținem $\angle A_1 = 3^\circ$, $\angle A_2 = 6^\circ$, $\angle A_3 = 9^\circ$, $\angle A_4 = 12^\circ$ și $\angle A_5 = 15^\circ$; dacă $n(n+1) = 9 \cdot 10$, obținem $\angle A_1 = 1^\circ$, $\angle A_2 = 2^\circ$, $\angle A_3 = 3^\circ$, $\angle A_4 = 4^\circ$, $\angle A_5 = 5^\circ$, $\angle A_6 = 6^\circ$, $\angle A_7 = 7^\circ$, $\angle A_8 = 8^\circ$ și $\angle A_9 = 9^\circ$.

Test de evaluare stadială

1. $\angle MOP = 82^\circ$. 2. a) $\angle DOF = 33^\circ 15'$; b) $\angle EOD = 76^\circ 23'$. 3. $35^\circ, 40^\circ$.

Lecția 2. Bisectoarea unui unghi. Construcția bisectoarei unui unghi

1. a) A; b) A; c) A. 4. a) $\angle NOP = 78^\circ - 39^\circ = 39^\circ$, deci $\angle MOP \equiv \angle NOP$; b) $\angle MOP = 94^\circ - 47^\circ = 47^\circ$, deci $\angle MOP \equiv \angle NOP$. 5. a) $\angle AOC = 20^\circ$; b) $\angle AOC = 27^\circ$; c) $\angle AOC = 38^\circ$. 6. a) $\angle MON = 50^\circ$; b) $\angle MON = 64^\circ$; c) $\angle MON = 82^\circ$. 8. a) $\angle MON = 46^\circ 30'$; b) $\angle MON = 75^\circ 30'$. 9. $\angle DOF = \angle EOF = 15^\circ 42'$. 10. a) $\angle EOF = 35^\circ 45'$; b) $\angle EOF = 33^\circ 48'$; c) $\angle EOF = 24^\circ 59'$. 11. i) a) $\angle DOC = 21^\circ$; b) $\angle COF = 16^\circ 30'$; ii) a) $\angle EOF = 112^\circ$; b) $\angle EOF = 29^\circ 8'$. 12. i) a) $\angle EOF = 45^\circ$; b) $\angle EOF = 51^\circ 30'$; c) $\angle EOF = 42^\circ 30'$; ii) a) $\angle AOB = 102^\circ 40'$; b) $\angle AOB = 75^\circ$; c) $\angle AOB = 91^\circ 52'$. 13. $\angle AOB \in \{10^\circ, 14^\circ, 26^\circ, 38^\circ, 62^\circ, 86^\circ\}$. 14. $\frac{\angle AOD}{2} + \frac{\angle AOD}{3} + \frac{\angle AOD}{6} = \angle AOD$. 15. Presupunem că semidreapta OC este situată în semiplanul mărginit de dreapta OM și care conține punctul B . Observăm că $\angle COM = \angle COA - \angle AOM$ și $\angle COM = \angle COB + \angle BOM$, de unde rezultă că $2\angle COM = \angle COA + \angle COB$, deci $\angle COM = \frac{\angle COA + \angle COB}{2}$. 16. $3^{n+2} - 5^n = 5^{n+1} - 3^n$

Test de evaluare stadială

2. Observăm că unghiurile E și F sunt interne de aceeași parte a secantei EF și $\sphericalangle E + \sphericalangle F = 180^\circ$, prin urmare cele două tangente sunt paralele. 3. $\sphericalangle ABO = \sphericalangle BOD = 90^\circ$ (alterne interne), deci $\widehat{BD} = 90^\circ$, prin urmare $\widehat{BCD} = 270^\circ$.

Lecția 15. Pozițiile relative a două cercuri

1. Tangente interioare. 2. Interioare. 3. Exterioare. 4. Secante. 5. Tangente exterioare. 9. Prin translație se arată că $AE \parallel BF$. 10. a) Punctele T , O_1 și O_2 sunt coliniare; b) $AO_1 \parallel BO_2$. 11. a) $O_1O_2 = 11$ cm; b) $O_1O_2 = 3$ cm. 12. $O_1O_2 \cap EF = \{M\}$; $O_1O_2 \perp EF$ și $ME \equiv MF$. 13. $O_1O_2 = R_1 + R_2 - AB$, de unde rezultă că $AB = 4$ cm. 14. $AB \parallel CD$. 15. Punctele O_1 , T și O_2 sunt coliniare. Dacă dreapta AT este tangenta în punctul T la cercul $\mathcal{C}_1$, atunci $\sphericalangle O_1TA = 90^\circ$, de unde rezultă că $\sphericalangle O_2TA = 90^\circ$, prin urmare dreapta AT este tangenta în punctul T la cercul $\mathcal{C}_2$. 16. $O_1E \perp g$ și $O_2F \perp g$, deci $O_1E \parallel O_2F$. 17. $\sphericalangle MTN = 90^\circ$.

Test de evaluare stadială

1. a) F; b) F; c) A; d) F; e) A. 2. $O_1O_2 = R_1 + R_2 - AB = 7$ cm. 3. $\widehat{AB} = \widehat{CD} = \sphericalangle AOB$.

Teste de evaluare sumativă

Testul 1. I. 1. B. 2. A. 3. B. 4. D. 5. C. II. 1. $AB \parallel EF$. 2. $\widehat{ACB} = 270^\circ$. 3. $\sphericalangle EDF = 60^\circ$. 4. Observăm că $O_1E + EO_2 = O_2F$, deci $r + r + 1 = r + 2$, de unde rezultă că $r = 1$ cm, prin urmare $R = 3$ cm.

Testul 2. I. 1. D. 2. A. 3. A. 4. B. 5. C. II. 1. $MN \equiv NP \equiv PM$. 2. $\widehat{AD} = 122^\circ$, $\widehat{DB} = 58^\circ$, $\widehat{BC} = 122^\circ$, $\widehat{CA} = 58^\circ$. 3. $R_1 = 4$ cm și $R_2 = 6$ cm. 4. $\widehat{MP} = \widehat{NP} = 90^\circ$.

Testul 3. I. 1. A. 2. C. 3. A. 4. D. 5. D. II. 1. $AC \parallel BD$. 2. $O_1O_2 = 2,5$ cm. 3. $\sphericalangle BOC = 120^\circ$. 4. $\sphericalangle MON = 72^\circ$.

Fișă pentru portofoliul elevului

I. 1. A. 2. F. 3. A. II. 1. 2,5 cm. 2. 90° . 3. 2. III. 1. B. 2. C. 3. D. IV. Notăm cu a și b cele două tangente, $A \in a$, $B \in b$ și $AO \cap b = C$. Deoarece $OA \perp a$ și $a \parallel b$, rezultă că $OC \perp b$. Dacă $C \neq B$, înseamnă că din O au fost construite două perpendiculare pe a , ceea ce este imposibil, deci $C = B$, așadar punctele A , O și B sunt coliniare. V. a) $\widehat{DE} = 72^\circ$, $\widehat{EF} = 120^\circ$ și $\widehat{FD} = 168^\circ$; b) $\sphericalangle DOE = 160^\circ$, $\sphericalangle EOF = 120^\circ$, $\sphericalangle FOD = 80^\circ$.

Model de test pentru Evaluarea Națională

1. C. 360°. 2. B. 407 m. 3. A. 130 000 m². 4. $\sphericalangle OCB = 55^\circ 30'$. 5. $\sphericalangle AOB = 18^\circ 30'$. 6. $\sphericalangle OCB = 55^\circ 30'$ și $\sphericalangle BOC = 55^\circ 30'$, deci $\sphericalangle BOC \equiv \sphericalangle OCB$. 7. $BC = AC - AB = 12,5$ m, deci $AB \equiv BC$. 8. Deoarece $DB \perp AC$ și $AB \equiv BC$, rezultă că dreapta DB este mediatoarea segmentului AC . 9. Unghiurile EAC și ACD sunt interne de aceeași parte a secantei AC și, deoarece $\sphericalangle EAC + \sphericalangle ACD = 180^\circ$, rezultă că $AE \parallel CD$.

Modele de teste pentru evaluarea cunoștințelor

Testul 1

Subiectul I. 1. B. 2. D. 3. A. 4. B. 5. D. 6. A. 7. C. 8. D. 9. C. Subiectul al II-lea. 1. $E \cup F = \{a, b, c, d, g\}$; $E \cap F = \{b, d\}$, $E \setminus F = \{a, c\}$, $F \setminus E = \{g\}$. 2. $x = 40\%$ din y . 3. $\overline{ab} \in \{10, 50,$